

Modul Mathematik Grundlagen I

(BA)

Dr. Andreas Harder / Hugo Krause

1. Semester (Januar- März 2007)

1. grundlagen I: gleichungen

1.1. nullstellen von polynomen

1.1.1. lineare gleichungen

1.1.1.1. form

1.1.1.2. lösbarkeit linearer gleichungen

1.1.2. quadratische gleichungen

1.1.2.1. lösbarkeit quadratischer gleichungen

1.1.2.2. reelle Lösungen quadratischer Gleichungen

1.1.2.3. komplexe Lösungen quadratischer Gleichungen

1.1.2.4.

1.1.3. gleichungen 3. Grades

1.1.3.1. ermitteln der 1. lösung

1.1.3.2. polynomdivision

1.1.3.3. linearfaktorzerlegung

1.1.3.4. lösbarkeit von gleichungen 3. grades

1.1.3.5. näherungsverfahren

1.1.4. definition polynom

1.1.5. fundamentalsatz der algebra

1.2. sonderfälle von gleichungen höheren grades

1.3. exponentialgleichungen

2. funktionen und reationen

2.1. relation

2.1.1. beispiel relation: einheitskreis

2.1.2. beispiel ellipse

2.1.3. relation: wurzelfunktion

2.2. funktionsbegriff

2.3. klassifikation von funktionen

2.3.1. rationale funktionen

2.3.2. ganz rationale funktionen

2.3.3. gebrochen rationale funktionen

2.3.4. echt gebrochen rationale Funktionen

2.3.5. unecht gebrochen rationale Funktionen

2.3.6. trigonometrische Funktionen

2.3.7. exponentialfunktion

2.3.8. logarithmusfunktion

- 2.3.8.1. definition
- 2.3.8.2. die logarithmusfunktion als umkehrfunktion der exponentialfkt.
- 2.3.8.3. umrechnung von logarithmen

2.3.9. besondere funktionen

- 2.3.10. sign(x)
- 2.3.11. abs(x)
- 2.3.12. treppenfunktionen

2.4. eigenschaften von funktionen

2.4.1. monotonie

- 2.4.1.1. monoton wachsend (fallend)
- 2.4.1.2. streng monoton wachsend (fallend)
- 2.4.1.3. beispiel $f(x)=x^2$

2.4.2. krümmung

2.4.3. lokale extrema

2.4.4. exkurs: folgen als spezielle funktionen und grenzwerte von folgen

2.4.4.1. arithmetische folge

2.4.4.2. arithmetische reihe

- 2.4.4.2.1. partialsummen
- 2.4.4.2.2. summenformeln

2.4.4.3. grenzwerte von folgen

- 2.4.4.3.1. beispiel $\langle 1+1/n \rangle$
- 2.4.4.3.2. kriterium (*Cauchy*)

2.4.5. stetigkeit

- 2.4.5.1. definition stetigkeit
- 2.4.5.2. beispiel stetigkeit x^2
- 2.4.5.3. beispiel unstetigkeit sign(x)

2.4.6. steigung

- 2.4.6.1. steigung linearer funktionen
- 2.4.6.2. steigung nichtlinearer funktionen
- 2.4.6.3. tangentialproblem
- 2.4.6.4. differentialquotient

2.4.6.5. ableitungsregeln für funktionen einer variablen

2.4.6.5.1. ableitung von polynomen

- 2.4.6.5.1.1. produktregel
- 2.4.6.5.1.2. kettenregel
- 2.4.6.5.1.3. quotientenregel
 - 2.4.6.5.1.3.1. formel
 - 2.4.6.5.1.3.2. beweis quotientenregel

2.4.6.5.2. ableitung nichtrationaler funktionen (25.1.07)

2.4.6.5.2.1. trigonometrische Funktionen

- 2.4.6.5.2.1.1. $\sin(x)$
- 2.4.6.5.2.1.2. $\cos(x)$
- 2.4.6.5.2.1.3. lösungshinweis $\tan(x)$, pythagoras
- 2.4.6.5.2.1.4.

2.4.6.5.2.2. exponentialfunktion

- 2.4.6.5.2.2.1. differentialquotient
- 2.4.6.5.2.2.2. grenzwert (-> *Fichtenholz I*, Nr. 77)
- 2.4.6.5.2.2.3.
- 2.4.6.5.2.3. logarithmusfunktion

2.4.6.6. partielle ableitungen

- 2.4.6.6.1. funktionen von zwei veränderlichen
- 2.4.6.6.2. beispiel: $f(x,y) = x^2 + y^2$

2.4.6.6.3. graphik:

- 2.4.6.6.3.1. schnitt (x,z)-Ebene
- 2.4.6.6.3.2. schnitt (y,z)-Ebene
- 2.4.6.6.3.3. 3D-darstellung

2.4.6.6.4. partielles differenzieren

- 2.4.6.6.4.1. partielle ableitung nach x
- 2.4.6.6.4.2. partielle ableitung nach y
- 2.4.6.6.4.3. totale ableitung
- 2.4.6.6.4.4. berechnungsbeispiel $f(x,y) = (x^2 + y^2)^2$

3. anwendung der differentialrechnung: ökonomische funktionen

3.1. extremwertprobleme

- 3.1.1. bedingungen für extremwerte
- 3.1.2. materialverbrauch
- 3.1.3. kostenminimum
- 3.1.4. lagerhaltung
- 3.1.5.

3.2. nachfrage- und Angebot

3.2.1.1. nachfragefunktion

- 3.2.1.1.1. lineare nachfragefunktionen
- 3.2.1.1.2. sättigungsmenge
- 3.2.1.1.3. nichtlineare nachfragefunktion
- 3.2.1.1.3.1. quadratische nachfragefunktion
- 3.2.1.1.3.2. abschnittsweise definierte nachfragefunktion

3.3. angebotsfunktion

3.4. marktgleichgewicht

- 3.4.1. gleichgewichtsbedingung
- 3.4.2. berechnungsbeispiel

3.4.3. preisregulierung

- 3.4.3.1. mindestpreise und angebotsüberhang
- 3.4.3.2. höchstpreise und nachfrageüberhang

3.5. umsatzfunktion

3.5.1. definition

3.5.2. beispiel

3.5.3. grenzumsatz

3.5.4. ableitung der umsatzfunktion

3.5.5. beispiel

3.5.6. kostenfunktion

3.5.6.1. begriff ertragsgesetzliche kostenfunktion

3.5.6.2. beispiel

3.5.6.3. grenzkosten

3.5.6.3.1. ableitung der kostenfunktion

3.5.6.3.2. berechnungsbeispiel

3.5.6.4. gewinnfunktion

3.5.6.4.1. definition

3.5.6.4.2. gewinnmaximierung

3.5.6.4.2.1. ableitung der gewinnfunktion

3.5.6.4.2.2. bedingung $GK=GU$

3.5.6.4.2.3. grafische darstellung

3.5.6.4.2.4. cournot-punkt

3.6. weitergehende eigenschaften der nachfrage

3.6.1.1. elastizität

3.6.1.2. konsumentenrente

3.6.1.2.1. preisdifferenzierung

3.6.1.3. substitution von zwei gütern

3.6.1.3.1. *Lagrange*-multiplikatoren

3.6.1.3.2. nutzenoptimierung

3.6.1.3.3. nutzenfunktion

3.6.1.3.4. grenznutzen

3.6.1.3.5. berechnungsbeispiel

4. lineare algebra

4.1. vektoren und matrizen

4.1.1. vektoren

4.1.1.1. vektoroperationen

4.1.1.2. vektoraddition

4.1.1.3. skalarprodukt von vektoren

4.1.2. matrizen

4.1.2.1. addition von matrizen

4.1.2.2. multiplikation von matrizen

- 4.1.2.2.1. produkte von matrizen
- 4.1.2.2.2. nichtkommutativität der matrizenmultiplikation

4.1.2.3. geometrische deutung von matrizen

4.1.2.4. ökonomische bedeutung von matrizen

- 4.1.2.4.1. markovketten
- 4.1.2.4.2. absatzpognose
- 4.1.2.4.3. warteschlangen

4.1.2.5. einheitsmatrix

- 4.1.2.5.1. definition
- 4.1.2.5.2. beispielaufgaben

4.1.3. determinanten

- 4.1.3.1. zweireihige determinanten
- 4.1.3.2. höhere determinanten
- 4.1.3.3. entwicklungssatz für determinanten

4.1.4. inverse matrix

- 4.1.4.1. Kriterium $|A| \neq 0$
- 4.1.4.2. $A \cdot A^{-1} = E$
- 4.1.4.3. inverse matrizen von (2,2)-matrizen
- 4.1.4.4. inverse matrizen von (n,n)-matrizen
- 4.1.4.5. gauss-jordan-algorithmus
- 4.1.4.6. anwendungsbeispiel

4.2. lineare Gleichungssysteme

- 4.2.1. matrizenschreibweise linearer gleichungssysteme
- 4.2.2. satz $x = A^{-1} b$

4.2.3. ökonomische bedeutung der inversen matrix

- 4.2.3.1. istkostenverfahren
- 4.2.3.2. leontieff-modell
- 4.2.3.3. produktionsplanung: stücklisten, gozinto-graph

4.3. lineare optimierung

- 4.3.1. zielkonflikte
- 4.3.2. typologie von optimierungsproblemen

4.3.3. maximumaufgabe

- 4.3.3.1. beispiel :kapazitätsproblem
- 4.3.3.2. allgemeine form des maximumproblems
- 4.3.3.3. graphisches lösungsverfahren

4.3.3.4. extremwerte linearer funktionen

- 4.3.3.4.1. konvexe polyeder
- 4.3.3.4.2. hauptsatz der linearen optimierung
- 4.3.3.4.3. komplexität von algorithmen

4.3.4. simplexalgorithmus