Grundlage der Lösung ist die Berechnung der Nachfragefunktion aus den vorgegebenen Wertepaaren. Auf ihr bauen dann die anderen ökonomischen Funktionen und die Berechnung der gewinnmaximalen Angebotsmenge auf.

Preis-Absatz-Funktion (Nachfragefunktion)

Die Preis-Absatz-Funktion wird nach der Zwei-Punkte-Formel berechnet. Der Steigungskoeffizient ist dann:

$$a_N = (p2 - p1) / (x2 - x1)$$

$$= (3200 - 3300) / (20 - 18)$$

$$= - 50 \text{ [GE/ ME]}$$

Einsetzen in die Geradengleichung ergibt dann die Funktionsgleichung der Preis-Absatz-Funktion zu

$$p = 4200 - 50 * x \text{ [GE]}$$

Die Nachfragefunktion (Preis-Absatz-Funktion)ist auf dem Definitionsbereich $D_{ök}$ = [0; 84] definiert. Dieser gilt auch für die nachfolgend zu berechnenden ökonomischen Funktionen.

Ökonomische Funktionen

Umsatzfunktion

Dann lassen sich weitere ökonomische Funktionen berechnen. Für die Umsatzfunktion gilt:

$$U(x) = x * p_N(x)$$

$$= x * (4200 - 50 * x)$$

$= 4200 * x - 50 * x^2$ [GE]

Gewinnfunktion

In Verbindung mit der gegebenen Kostenfunktion ergibt sich dann die Gewinnfunktion

$G(x) = U(x) - K(x)$

$= - (^2/_3)\, x^3 - 20 * x^2 + 2250 * x - 25000$ [GE]

Grenzumsatz

Die Grenzumsatzfunktion ist

$GU = U'(x) = 4200 - 100 * x$ [GE]

Grenzkosten

Die Grenzumsatzfunktion ist

$GK = K'(x) = 2 * x^2 - 60 * x + 1950$ [GE]

Berechnung des Gewinnmaximums

Das Gewinnmaximum läßt sich durch die Gleichung

$U'(x) = K'(x)$

bestimmen. Hier gilt:

(1) $4200 - 100 * x = 2 * x^2 - 60 * x + 1950$

$0 = 2 * x^2 + 40 * x - 2250$

(1') $0 = x^2 + 20 * x - 1125$

Die quadratische Gleichung (1') hat zwei Lösungen. Für die erste Lösung von (1') gilt:

$x_1 = - 10 + \text{QuadratWurzel}\ (100 + 1125)$

$x_1 = - 10 + \text{QuadratWurzel}\ (1225)$

$= - 10 + 35$

$= + 25$ [ME]

Für die zweite Lösung von (1) gilt:

$x_2 = - 10 - \text{QuadratWurzel}\ (1225)$

$= - 10 - 35$

$= -45$ [ME]

Der Definitionsbereich der hier relevanten ökonomischen Funktionen ist durch $p_N(x)$ auf das Intervall $D_{ök}$ = [0 ME; 84 ME] beschränkt. Daher liegt x_2 nicht im Definitionsbereich, x_1 ist die Stückzahl, bei der der Betrieb den maximalen Gewinn erzielt.

COURNOT-Punkt

Der Cournot-Punkt[1] gibt die gewinnmaximale Angebotsmenge an. Einsetzen von $x_{Cournot} = x_1$ in die Nachfragefunktion (Preis-Absatz-Funktion) ergibt:

1 Der französische Mathematiker ***ANTOINE AUGUSTIN COURNOT*** (1801-1877) entwickelte in seinen "***Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses***" die Theorie des gewinnmaximalen Monopolpreises.

$$p_{Cournot} = 4200 - 50 * x_{Cournot}$$

$$= 4200 - 50 * 25$$

$$= 2950 \text{ [GE]}$$

Der maximale Gewinn G_{Max} beträgt dann

$$G_{Max} = U(25) - K(25)$$

$$= 73750 - 65417$$

$$= 8333 \text{ [GE]}$$

Die gewinnmaximale Preis-Mengen-Kombination ist also C(25/ 2950). Bietet der Unternehmer seine Fahrzeuge zum Preis von 2950 GE auf dem Markt an, kann er 25 ME absetzen. Der dann erzielte Gewinn von 8333 GE ist maximal.

Preisdifferenzierung

Diese Gewinnerwartung geht davon aus, daß der Unternehmer dem gesamten Markt das Fahrzeug zu einem einheitlichen Preis von 2950 GE anbietet.

Es erweist sich jedoch für den Unternehmer als vorteilhaft, den Markt in einzelne Marktsegmente aufzusplitten und den einzelnen Marktsegmenten das Fahrzeug zu differenzierten Preisen anzubieten. Dadurch kann der Gewinn gesteigert werden.

Der Unternehmer teilt dem Markt in 5 Marktsegmente auf. Das *oberste* Marktsegment besteht aus den Stückzahlen [1; 5][2]. Der Preis p(5), den der Unternehmer in diesem Segment erzielen kann, ergibt sich aus $p_N(x)$. Der Unternehmer erzielt hier also den Preis

$$p\,(5) = 4200 - 50 * 5$$

$$= 3950\ [GE]$$

Die zweiten Marktsegment besteht aus den Stückzahlen [6; 10]. Auf diesem Segment erzielt der Unternehmer den Preis

$$p\,(10) = 4200 - 50 * 10$$

$$= 3700\ [GE]$$

Die dritten Marktsegment besteht aus den Stückzahlen [11; 15]. Auf diesem Segment erzielt der Unternehmer den Preis

$$p\,(15) = 4200 - 50 * 15$$

$$= 3450\ [GE]$$

Die vierten Marktsegment besteht aus den Stückzahlen [16; 20]. Auf diesem Segment erzielt der Unternehmer den Preis

$$p\,(20) = 4200 - 50 * 20$$

$$= 3200\ [GE]$$

[2] Wir machen hier einige vereinfachende Einnahmen. Zunächst einmal setzen wir voraus, daß jeder Käufer genau ein Fahrzeug kauft. Dadurch erreichen wir, daß die Zahl der Käfer gleich der abgesetzten Stückzahl ist.

Die fünften Marktsegment besteht aus den Stückzahlen [21; 25]. Auf diesem Segment erzielt der Unternehmer den Preis

$$p\ (x_{Cournot}) = 2950\ [GE]$$

Die dadurch erreichte Steigerung des Gewinns, ergibt sich auf der folgenden Tabelle:

Segment m_i	$p(m_i)$	$p(x_{Cournot})$	Δ p	***Differenzierungskosten***	$(m_i - m_{i-1}) * \Delta p$
0	4200	2950	1250	0	0
5	3950	2950	1000	0	5000
10	3700	2950	750	0	3750
15	3450	2950	500	0	2500
20	3200	2950	250	0	1250
25	2950	2950	0	0	0

Die Grenzen m_i der Marksegmente sind hier gleichmäßig gesetzt, d.h. es gilt

$$m_0 = 0\ [ME]$$

$$m_i - m_{i-1} = 5\ [ME]$$f

für alle i=1,2,3,4,5. Die auf den Marktsegmenten erzielten Preise $p(m_i)$ ergeben sich aus der Nachfragefunktion. Die Preisdifferenz

$$\Delta p = p(m_i) - p_{Cournot}$$

zum einheitlichen Preis $p_{Cournot}$ nimmt mit wachsendem m_i ab, im fünften Segment m_5 erzielt der Unternehmer genau den Preis $p_{Cournot}$. Wir gehen hier zunächst vereinfachend davon aus, daß die Preisdifferenzierung ohne zusätzliche Differenzierungskosten möglich sei. Dann ergibt sich im i-ten Marktsegment der zusätzliche Gewinn ΔG_i durch

$$\Delta G_i = (m_i - m_{i-1}) * \Delta p$$

und es gilt für den gesamten Markt

$$G_{Gesamt} = \sum_i G_i$$

$$= 12500 \text{ [GE]}$$

Durch die Preisdifferenzierung kann also der Gewinn, den der Unternehmer mit der gewinnmaximalen Stückzahl von $x_{Cournot}$ = 25 ME erzielt, um 12.500 GE gesteigert werden.