(2-4) *Logik-Term umformen*

Vereinfachen Sie den Logik-Term

$$(- A \vee B) \wedge (-B \vee A) \wedge A$$

und zeigen Sie, daß

$$(-A \vee B) \wedge (-B \vee A) \wedge A = A \wedge B$$

gilt.

(2-4) Lösungsskizze

Auf Grund des Assoziativgesetzes gilt

$(-A \lor B) \land (-B \lor A) \land A$

Die Anwendung des Distributivgesetzes ergibt:

$\mathbf{A} \land (-A \lor B) \land (-B \lor A)$

$= \quad (\mathbf{A} \land -A) \lor (\mathbf{A} \land B) \land (-B \lor A)$

Wegen

$\mathbf{A} \land -A = 0$ und

$0 \lor X = X$

gilt

$(\mathbf{A} \land -A) \lor (\mathbf{A} \land B) \land (-B \lor A)$

$= \quad 0 \lor (\mathbf{A} \land B) \land (-B \lor A)$

$= \quad (\mathbf{A} \land B) \land (-B \lor A)$

Mit der erneuten Anwendung des Distributivgesetzes gilt

$(\mathbf{A} \land \mathbf{B}) \land (-B \lor A)$

$= \quad (\mathbf{A} \land \mathbf{B} \land -B) \lor (\mathbf{A} \land B \land A)$

Wegen

$\mathbf{B} \land -B = 0$ und

$A \land 0 = 0$

Gilt

$(\mathbf{A} \land \mathbf{B} \land \mathbf{-B}) \lor (\mathbf{A} \land B \land A)$

$= \quad (\mathbf{A} \land \mathbf{0}) \lor (A \land B \land A)$

$$= \quad 0 \vee (A \wedge B \wedge A)$$

Wegen

$$0 \vee X = X$$

gilt

$$0 \vee (A \wedge B \wedge A)$$

$$= \quad (A \wedge B \wedge A)$$

und wegen

$$A \wedge A = A$$

folgt daraus

$$(A \wedge B \wedge A)$$

$$= \quad (A \wedge A \wedge B)$$

$$= \quad (A \wedge B)$$

Dies war zu zeigen. Die Herleitung läßt sich wie folgt zusammenfassen:

$$(-A \vee B) \wedge (-B \vee A) \wedge A$$

$$= \quad (\mathbf{A} \wedge -A) \vee (\mathbf{A} \wedge B) \wedge (-B \vee A)$$

$$= \quad 0 \vee (\mathbf{A} \wedge B) \wedge (-B \vee A)$$

$$= \quad (\mathbf{A} \wedge B) \wedge (-B \vee A)$$

$$= \quad (\mathbf{A} \boldsymbol{\wedge} \mathbf{B} \wedge -B) \vee (\mathbf{A} \boldsymbol{\wedge} B \wedge A)$$

$$= \quad (\mathbf{A} \boldsymbol{\wedge} \mathbf{0}) \vee (A \wedge B \wedge A)$$

$$= \quad 0 \vee (A \wedge B \wedge A)$$

$$= \quad (A \wedge B \wedge A)$$

$$= \quad (A \land A \land B)$$

$$= \quad (A \land B)$$