(2-5) *Logik-Term vereinfachen*

siehe Arbeitsbogen "**Freundin fragt nach Geschenken**"

(2-5) Lösungsskizze

Die Bitte der Freundin läßt sich wie folgt formalisieren:

$$-(S \wedge -R) \wedge ((-S \wedge -R) \rightarrow E) \wedge (S \rightarrow (E \vee R)) \wedge ((E \wedge -S) \rightarrow R)$$

Wegen

$$X \rightarrow Y$$

$$= \quad -X \vee Y$$

gilt auch

$$(-S \wedge -R) \rightarrow E$$

$$= \quad -(-S \wedge -R) \vee E$$

Also gilt:

$$-(S \wedge -R) \wedge ((-S \wedge -R) \rightarrow E) \wedge (S \rightarrow (E \vee R)) \wedge ((E \wedge -S) \rightarrow R)$$

$$= \quad (-S \vee R) \wedge (S \vee R \wedge E) \wedge (-S \vee E \vee R) \wedge (-E \vee S \vee R)$$

Mit dem Distributivgesetz gilt:

$$(-S \vee R) \wedge (\mathbf{S} \vee R \wedge E) \wedge (\mathbf{-S} \vee E \vee R) \wedge (-E \vee S \vee R)$$

$$= \quad (-S \vee R) \wedge ((S \vee -S) \wedge (E \vee R)) \wedge (-E \vee S \vee R)$$

Wegen

$S \vee -S = 1$ und

$X \wedge 1 = X$

gilt:

$(-S \vee R) \wedge ((S \vee -S) \wedge (E \vee R)) \wedge (-E \vee S \vee R)$
$= \quad (-S \vee R) \wedge (E \vee R) \wedge (-E \vee S \vee R)$

Mit dem Distributivgesetz gilt dann

$(-S \vee \mathbf{R}) \wedge (E \vee \mathbf{R}) \wedge (-E \vee S \vee R)$

$= \quad \mathbf{R} \vee (-S \wedge E) \wedge (R \vee -E \vee S)$

Die erneute Anwendung des Distributivgesetzes ergibt dann

$\mathbf{R} \vee (-S \wedge E) \wedge (\mathbf{R} \vee -E \vee S)$

$= \quad \mathbf{R} \vee [(-S \wedge E) \wedge (-E \vee S)]$

Eine weitere Anwendung des Distributivgesetzes ergibt dann

$\mathbf{R} \vee [(-S \wedge E) \wedge (-E \vee S)]$

$= \quad \mathbf{R} \vee [(-S \wedge E \wedge -E) \vee (-S \wedge E \wedge S)]$

$= \quad \mathbf{R} \vee [(-S \wedge E \wedge -E) \vee (E \wedge -S \wedge S)]$

Wegen

$X \wedge -X = 0$ und

$0 \wedge X = 0$

Folgt daraus

$\mathbf{R} \vee [(-S \wedge E \wedge -E) \vee (E \wedge -S \wedge S)]$

$= \quad R \vee 0$

$= \quad R$

Der Freund muß also auf jeden Fall R mitbringen, um die von der Freundin gestellten Forderungen zu erfüllen. Die Herleitung läßt sich wie folgt zusammenfassen:

$(S \wedge -R) \wedge ((-S \wedge -R) \rightarrow E) \wedge (S \rightarrow (E \vee R)) \wedge ((E \wedge -S) \rightarrow R)$

$= \quad (-S \vee R) \wedge (S \vee R \wedge E) \wedge (-S \vee E \vee R) \wedge (-E \vee S \vee R)$

$= \quad (-S \vee R) \wedge ((S \vee -S) \wedge (E \vee R)) \wedge (-E \vee S \vee R)$

$= \quad (-S \vee R) \wedge (E \vee R) \wedge (-E \vee S \vee R)$

$= \quad R \vee (-S \wedge E) \wedge (R \vee -E \vee S)$

$= \quad R \vee [(-S \wedge E) \wedge (-E \vee S)]$

$= \quad R \vee [(-S \wedge E \wedge -E) \vee (-S \wedge E \wedge S)]$

$= \quad R \vee [(-S \wedge E \wedge -E) \vee (E \wedge -S \wedge S)]$

$= \quad R \vee 0$

$= \quad R$

Da weitergehend gilt

$R \rightarrow R \vee (R \wedge E)$

$\rightarrow R \vee (R \wedge E) \vee (R \wedge E)$

$\rightarrow R \vee (R \wedge E) \vee (R \wedge E) \vee (R \wedge E)$

Schließt R natürlich nicht aus, daß der Freund außer R auch noch E und/oder S mitbringen darf.