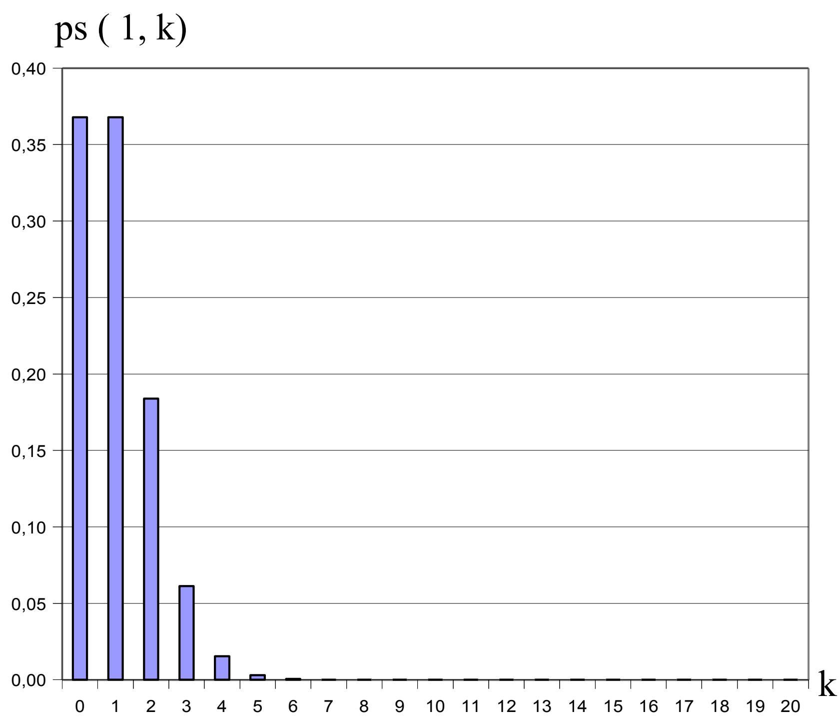
Signifikanztest.rechtsseitig(1)

Wir gehen von einem Signifikanzniveau von α = 0,01 aus. Dies entspricht einer Vertrauenswahrscheinlichkeit von$1 - \alpha$ = 0.99. **Wir testen gegen H_0**. Wir würden also mit einer Vertrauenswahrscheinlichkeit von 99% die Hypothese $H_0 : p < 0{,}01$, d.h., daß die von dem Postunternehmen gemachte Qualitätszusage zutreffend ist bzw., daß in der Stichprobe mit n=100 Geldbriefen höchstens 1% der Geldbriefe verschwindet, ablehnen.

Natürlich können bei p < 0,01 in einer Testsendung zufällig mehr als k Sendungen verloren gehen. Die Frage ist, von welcher Zahl k an wir die Hypothese H_0 ablehnen wollen. Wenn wir – wie beschrieben – verfahren, reduzieren wir die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1.Art, nämlich die (*objektiv*) gültige Hypothese irrtümlich zu verwerfen, auf < 1%.

Die Zufallsgröße X *"Anzahl verschwundener Geldbriefe"* mit E(X)= np= 1, n = 100 und k = 1, ...n ist poissonverteilt. Für k = 0, …. , 20 ergeben sich die Dichte W (X = k) = ps (1, k) wie folgt:

k	W(X=k)
0	0,3678794412
1	0,3678794412
2	0,1839397206
3	0,0613132402
4	0,0153283100
5	0,0030656620
6	0,0005109437
7	0,0000729920
8	0,0000091240
9	0,0000010138
10	0,0000001014
11	0,0000000092
12	0,0000000008
13	0,0000000001
14	0,0000000000
15	0,0000000000
16	0,0000000000
17	0,0000000000
18	0,0000000000
19	0,0000000000
20	0,0000000000



Mit der Wahrscheinlichkeit von ca. 36,78 % geht in einer solchen Testserie kein Geldbrief verloren, mit der gleichen Wahrscheinlichkeit genau einer. Alle k > 4 zusammen treten – wenn $p \leq 0{,}01$ ist – mit einer (Summen-) Wahrscheinlichkeit von weniger als 1% auf. Daraus ergibt sich der ***nichtkritische*** Bereich („*Annahmebereich*“)

A = { **0**; **1**; **2**; **3**; **4** }

und der ***kritische*** Bereich („*Ablehnungsbereich*“)

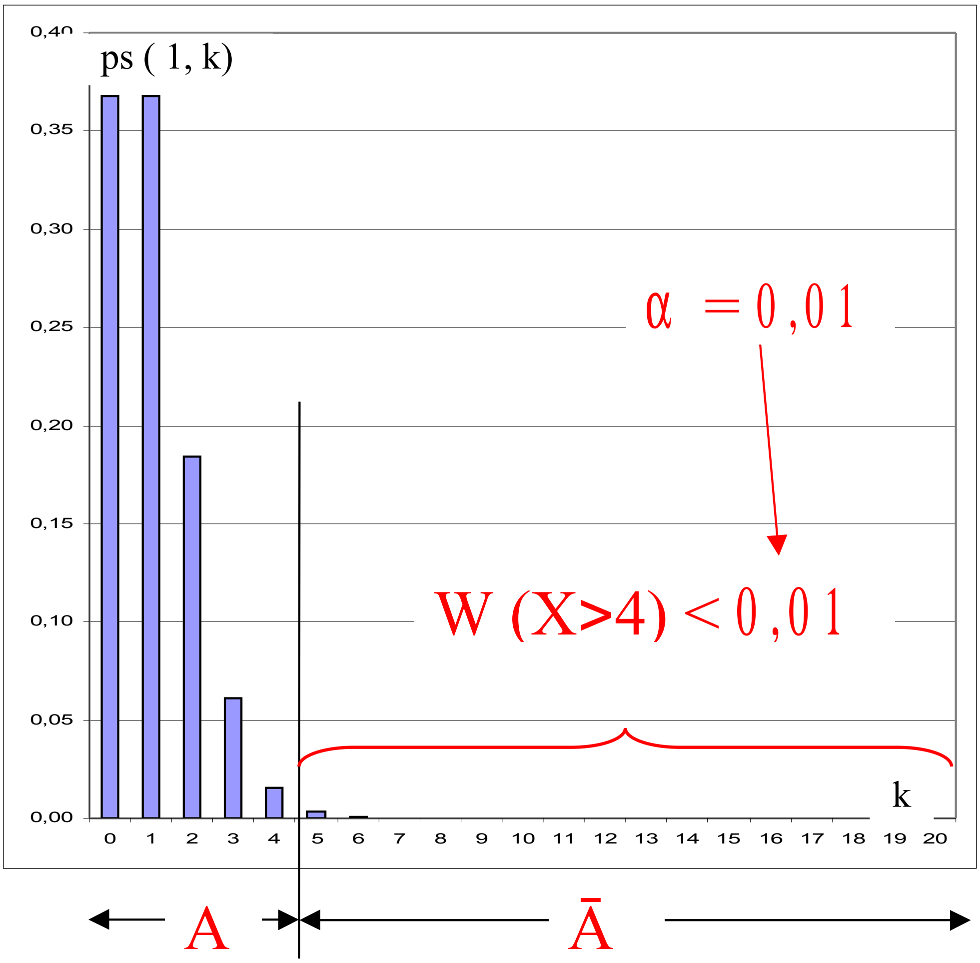
Ā = { **5**; **6**; **..**; **99**; **100** }.

Die Wahrscheinlichkeit, daß die ZV X höchstens den Wert k = 4 annimmt, ergibt sich zu

$$W(X \leq 4) = W(X=0) + W(X=1) + W(X=2) + W(X=3) + W(X=4)$$

$$= 0{,}3678794412 + \; 0, 0{,}3678794412 + 0{,}1839397206 + 0{,}0613132402 + 0{,}0153283100$$

$$= \mathbf{0{,}9963}$$



Unter der Voraussetzung, die Hypothese träfe zu, läge das Testergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,6 % im nichtkritischen Bereich, d.h. mit der Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% läge das Testergebnis im *nichtkritischen* Bereich A = { 0; 1; 2; 3; 4}.

Wenn beim o.g. Testszenario k = 11 Testbriefe verschwinden, dann ist dies als ein signifikantes Ergebnis anzusehen. Wir müssen also auf dem Signifikanzniveau von $\alpha = 0{,}01$ bzw. der Vertrauenswahrscheinlichkeit von $1-\alpha = 0{,}99$ die Hypothese $\mathbf{H_0 : p < 0{,}01}$ leider ***ablehnen*** und davon ausgehen, daß die Qualitätszusage von 1 % unzutreffend ist. Dabei ist $\alpha = 0{,}01$ obere Schranke für den Fehler 1. Art.