

Beh.: Die Zufallsvariable X sei $B(3; p; k)$ -verteilt, d.h. *binomial*verteilt mit den Parametern $n=3$ und der Erfolgswahrscheinlichkeit p . Dann gilt für den Erwartungswert von X :

$$E(X) = 3p.$$

Beweis

Seien $n = 3$ und $k = 0, 1, 2, 3$. Dann gilt nach der Definition des Erwartungswertes

$$E(X) = p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + p_4x_4$$

Da $x_k = k$ und $p_k = b(3; p; k)$ ist, gilt:

$$E(X) = 0 * \binom{3}{0} p^0 q^3 + 1 * \binom{3}{1} p^1 q^2 + 2 * \binom{3}{2} p^2 q^1 + 3 * \binom{3}{3} p^3 q^0$$

$$= 0 + 1 * 3 * p^1 q^2 + 2 * 3 * p^2 q^1 + 3 * p^3$$

$$= 3 p (1-p)^2 + 6 p^2 (1-p) + 3 p^3$$

$$= 3 p (1 - 2p + p^2) + 6 p^2 - 6 p^3 + 3 p^3$$

$$= 3 p - 6 p^2 + 3 p^3 + 6 p^2 - 6 p^3 + 3 p^3$$

$$= \underline{3 p} \text{ (q.e.d.)}$$